

Méthologie de la Programmation

TP8 : Écriture décimale, binaire, hexadécimale

am@up8.edu

Novembre 2022

Dans ce TP :

— Conversions entre écritures décimale, binaire et hexadécimale

1 Exercice 1 : conversion décimale / binaire / hexadécimale des nombres entiers

1. Rappels :

(a) Représentations

i. l'écriture décimale correspond à la base 10 :

Symboles : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, et 9.

Tout nombre entier possède une écriture décimale, correspondant à un développement en base 10 :

— $0_{10} = 0 * 10^0$

— $1_{10} = 1 * 10^0$

— $10_{10} = 1 * 10^1 + 0 * 10^0$

— $15_{10} = 1 * 10^1 + 5 * 10^0$

— $14\ 755_{10} = 1 * 10^4 + 4 * 10^3 + 7 * 10^2 + 5 * 10^1 + 5 * 10^0$

ii. l'écriture binaire correspond à la base 2 :

Symboles : 0 et 1.

tout nombre entier possède une écriture binaire, correspondant à un développement en base 2 :

— $0_2 = 0 * 2^0$ (= 0_{10})

— $1_2 = 1 * 2^0$ (= 1_{10})

— $10_2 = 1 * 2^1 + 0 * 2^0$ (= 2_{10})

— $101_2 = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0$ (= $4 + 0 + 1 = 5_{10}$)

— $1111_2 = 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0$ (= $8 + 4 + 2 + 1 = 15_{10}$)

— $11100110110111_2 = 1 * 2^{13} + 1 * 2^{12} + 1 * 2^{11} + 0 * 2^{10} + \dots + 1 * 2^0$
(= $8192 + 4 + 2 + 1 = 14\ 755_{10}$)

iii. l'écriture hexadécimale correspond à la base 16 :

Symboles : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Tout nombre entier possède une écriture décimale, correspondant à un développement en base 16 :

- $0_{16} = 0 * 16^0$ ($= 0_{10}$)
- $1_{16} = 1 * 16^0$ ($= 1_{10}$)
- $2_{16} = 2 * 16^0$ ($= 2_{10}$)
- $C_{16} = 12 * 16^0$ ($= 12_{10}$)
- $D_{16} = 13 * 16^0$ ($= 13_{10}$)
- $39A3_{16} = 3 * 16^3 + 9 * 16^2 + 10 * 16^1 + 3 * 16^0$
($= 12\ 288 + 2\ 304 + 160 + 3 = 14\ 755_{10}$)

Rq : en C, on utilise le préfixe "0x" pour indiquer qu'une valeur est donnée en notation hexadécimale.

iv. représentation des entiers signés

- le signe d'un entier **signé** est donné par son **bit de signe**, c'est à dire le bit de poids fort. Dans une architecture de type *big endian*, cela correspond au bit le plus à gauche. Attention, il faut prendre la valeur telle qu'elle est stockée, par exemple dans un char = 1 octet :
 - 4_{10} est stocké par 00001100. Son bit de signe est 0.
 - -4_{10} est stocké par 11111100. Son bit de signe est 1.
- pour obtenir la représentation binaire d'un entier négatif :
 - A. on inverse les bits de l'écriture binaire (cette opération s'appelle faire le complément à un)
 - B. on ajoute 1 au résultat (les dépassements sont ignorés)Exemple : $141_{10} = 1001101_2$
 - A. première étape (inversion) : 0110010
 - B. deuxième étape (+1) : 0110011
- **plus facile à retenir et à réaliser** : pour obtenir la représentation binaire d'un entier négatif, on prend la représentation binaire de l'entier négatif, puis **en partant de la droite** on garde tous les chiffres depuis la droite jusqu'au premier 1 (compris) puis on inverse tous les suivants.

(b) Conversions :

- Conversion décimal vers binaire : ex : $141_{10} = ?_2$
 - $141/2 = 70 + 1$
 - $70/2 = 35 + 0$
 - $35/2 = 17 + 1$
 - $17/2 = 8 + 1$
 - $8/2 = 4 + 0$
 - $4/2 = 2 + 0$
 - $2/2 = 1 + 0$
 - $1/2 = 0 + 1$Lecture **de bas en haut** : $141_{10} = 1001101_2$

- Conversion décimal vers hexadécimal : ex : $141_{10} = ?_{16}$
 $141/16 = 8 + \mathbf{13} \rightarrow \mathbf{D}$
 $8/16 = 0 + \mathbf{8}$
 Lecture **de bas en haut après changement des symboles** : $141_{10} = \mathbf{8D}_{16}$

2. Questions :

- (a) **Tailles d'espace mémoire** : Lorsqu'on exécute un programme, une variable occupe un certain nombre de bits en mémoire.
- i. Combien de valeurs peut-on coder avec 1 bit ?
 - ii. Combien de valeurs peut-on coder avec 2 bits ?
 - iii. Combien de valeurs peut-on coder avec 3 bits ?
 - iv. Combien de valeurs peut-on coder avec 8 bits ?
 - v. Combien de valeurs peut-on coder avec n bits ?
 - vi. Comment savoir en un coup d'oeil si un nombre écrit en base 2 est pair ou impair ?
 - vii. De combien de bits ai-je besoin pour stocker la valeur 256_{10} ?
 - viii. Sans faire la conversion complète en base décimale de 1010101010_2 , comment savoir si ce nombre est supérieur ou inférieur à $2\ 048_{10}$? à $5\ 096_{10}$?
- (b) **Octets** : un octet est un groupe de 8 bits. Quand une valeur est codée sur un octet, on complète les bits de gauche par des 0.
 Par exemple : 101_2 est stocké sur un octet de la forme 00000101
- Combien de valeurs peut-on coder sur un octet ?
 - En langage hexadécimal, les symboles ont une valeur en base 10 qui va de 0 à 15, qui peut donc être codée sur 4 bits. Combien de bits sont nécessaires pour stocker la valeur $4F7A_{16}$?

2 Exercice 2 : des fonctions pour effectuer les conversions des entiers positifs

Sans utiliser les built-in fonctions de type `bin()` :

- écrire les fonctions permettant de convertir des nombres de la base 2 à la base 10 et inversement
- écrire les fonctions permettant de convertir des nombres de la base 16 à la base 10 et inversement
- écrire les fonctions permettant de convertir des nombres de la base 16 à la base 2 et inversement